

1. Многочлени $P(x)$ та $Q(x)$ однакових степенів з цілими коефіцієнтами називаються *схожими*, якщо вони отримуються один з одного перестановкою коефіцієнтів (наприклад, схожими є многочлени $2x^3 + x + 7$ та $x^3 + 2x^2 + 7x$). При якому найбільшому значенні k для будь-яких схожих многочленів $P(x)$, $Q(x)$ число $P(2016) - Q(2016)$ обов'язково ділиться на k ?
2. Знайти всі такі функції $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, для яких рівність $f(x^3 + y^3) = x^2 f(x) + y^2 f(y)$ виконується для всіх дійсних x та y .
3. Нехай t – пряма, яка проходить через вершину A рівностороннього трикутника ABC , паралельно до сторони BC . На стороні AC довільно відмітили точку D . Бісектриса кута ABD перетинає пряму t у точці E . Доведіть, що $BD = CD + AE$.
4. Доведіть, що рівняння $x^3 - y^2 = 2000000$ має хоча б два розв'язки в натуральних числах.
5. Квадрат 8×8 розбито на 64 одиничних квадратики, кожний із яких повністю пофарбовано в білий або чорний колір, причому чорних одиничних квадратиків парна кількість. Дозволяється обрати довільні два одиничних квадратики, «з'єднаних» ходом шахового коня, та перефарбувати їх: чорний (чорні) – в білий колір, а білий (білі) – у чорний. Назвемо таку операцію *кроком*. Для довільного початкового розфарбування R (яке містить парну кількість чорних одиничних квадратів) позначимо через $S(R)$ найменшу можливу кількість кроків, необхідну для перефарбування всіх одиничних квадратів в чорний колір (тобто ми бажаємо отримати копію відомої картини Малевича). Знайдіть найбільше можливе значення величини $S(R)$. Відповідь обґрунтуйте.