

1. Розв'язати в натуральних числах рівняння:

$$a+b+c = a!$$

2. Розглянемо всі можливі параболи  $y = x^2 + ax + b$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ), які перетинають осі координат в трьох різних точках. Для кожної такої параболи через ці точки провели коло. Довести, що всі ці кола мають спільну точку.

3. В трикутнику  $ABC$  точка  $D$  належить стороні  $AC$ , кути  $ABD$  і  $BCD$  рівні,  $AB = CD$ ,  $AE$  - бісектриса трикутника  $ABC$ . Довести, що пряма  $ED$  паралельна прямій  $AB$ .

4. Обчислити значення виразу:

$$\frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + 2012 \cdot 2013 + 2013 \cdot 2014}{1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 2011^2 + 2013^2}$$

5. Нехай дано множину, яка складається із 18 послідовних натуральних чисел. Доведіть, що неможливо здійснити розбиття цієї множини на дві такі підмножини  $A$  та  $B$ , що добуток всіх елементів множини  $A$  дорівнює добутку всіх елементів множини  $B$ . (Тут під розбиттям множини розуміється подання її у вигляді об'єднання двох підмножин, які не мають спільних елементів).