

1. Вкажіть множину точок  $(x, y)$  координатної площини, які задовольняють нерівності

$$\sqrt{(1-x^2)^2 + (1-y^2)^2} < 2 - x^2 - y^2.$$

2. В кожній клітинці шахової дошки сидить по два таргани. В деякий момент часу кожний тарган переповзає на сусідню (по стороні) клітинку, причому, таргани, що сиділи на одній клітинці, переповзають в різні клітинки. Яка найбільша кількість клітинок дошки може після цього залишитись вільною?

3. Натуральні числа  $x$  та  $y$  такі, що  $3x^2 + x = 8y^2 + 2y$ . Довести, що  $(4y + 2x + 1)$  - квадрат натурального числа.

4. Всередині відрізка  $AC$  вибрали довільну точку  $B$  і побудували кола з діаметрами  $AB$  та  $BC$ . На колах (в одній півплощині відносно  $AC$ ) вибрали відповідно точки  $M$  і  $L$  так, що  $\angle MBA = \angle LBC$ . Точки  $K$  та  $F$  відмічені відповідно на променях  $BM$  та  $BL$  так, що  $BK = BC$  і  $BF = AB$ . Доведіть, що точки  $M, K, F$  та  $L$  лежать на одному колі.

5. Опуклий  $n$ -кутник діагоналями що не перетинаються розділено на трикутники так, що кожна вершина  $n$ -кутника є вершиною непарного числа трикутників. Доведіть, що  $n$  націло ділиться на 3.