1. Обчисліть добуток

$$\left(\sqrt{3}+tg1^{o}\right)\cdot\left(\sqrt{3}+tg2^{o}\right)\cdot\ldots\cdot\left(\sqrt{3}+tg29^{o}\right)\cdot\left(\sqrt{3}+tg30^{o}\right).$$

**2.** Чи існує таке просте трицифрове число $\overline{abc}$, для якого $b^2-4ac$ – квадрат цілого числа?

**3.** На сторонах $AB$ і $BC$ довільно відмітили точки $M$ і $N$ відповідно. Нехай $P$ – точка перетину відрізків $AN$ і $BM$. Крім цього, відмітили точки $Q$ і $R$ так, що чотирикутники $MCNQ$ і $ACBR$ – паралелограми. Доведіть, що точки $P$, $Q$ і $R$ лежать на одній прямій.

**4.** Нехай $a$, $b$, $c$ – додатні дійсні числа. Доведіть нерівність

$$\frac{a}{b(b+c)^2}+\frac{b}{c(c+a)^2}+\frac{c}{a(a+b)^2}\geq\frac{9}{4(ab+bc+ca)}.$$

**5.** Зайдіть усі такі функції $f$, які визначенні на множині всіх дійсних чисел і набувають дійсних значень, що для всіх дійсних $x$ і $y$ справджується рівність

$$f(f(x)-y)=f\left(x^2+y\right)-4f(x)y.$$

**1.** Обчисліть добуток

$$\left(\sqrt{3}+tg1^{o}\right)\cdot\left(\sqrt{3}+tg2^{o}\right)\cdot\ldots\cdot\left(\sqrt{3}+tg29^{o}\right)\cdot\left(\sqrt{3}+tg30^{o}\right).$$

**2.** Чи існує таке просте трицифрове число $\overline{abc}$, для якого $b^2-4ac$ – квадрат цілого числа?

**3.** На сторонах $AB$ і $BC$ довільно відмітили точки $M$ і $N$ відповідно. Нехай $P$ – точка перетину відрізків $AN$ і $BM$. Крім цього, відмітили точки $Q$ і $R$ так, що чотирикутники $MCNQ$ і $ACBR$ – паралелограми. Доведіть, що точки $P$, $Q$ і $R$ лежать на одній прямій.

**4.** Нехай $a$, $b$, $c$ – додатні дійсні числа. Доведіть нерівність

$$\frac{a}{b(b+c)^2}+\frac{b}{c(c+a)^2}+\frac{c}{a(a+b)^2}\geq\frac{9}{4(ab+bc+ca)}.$$

**5.** Зайдіть усі такі функції $f$, які визначенні на множині всіх дійсних чисел і набувають дійсних значень, що для всіх дійсних $x$ і $y$ справджується рівність

$$f(f(x)-y)=f\left(x^2+y\right)-4f(x)y.$$