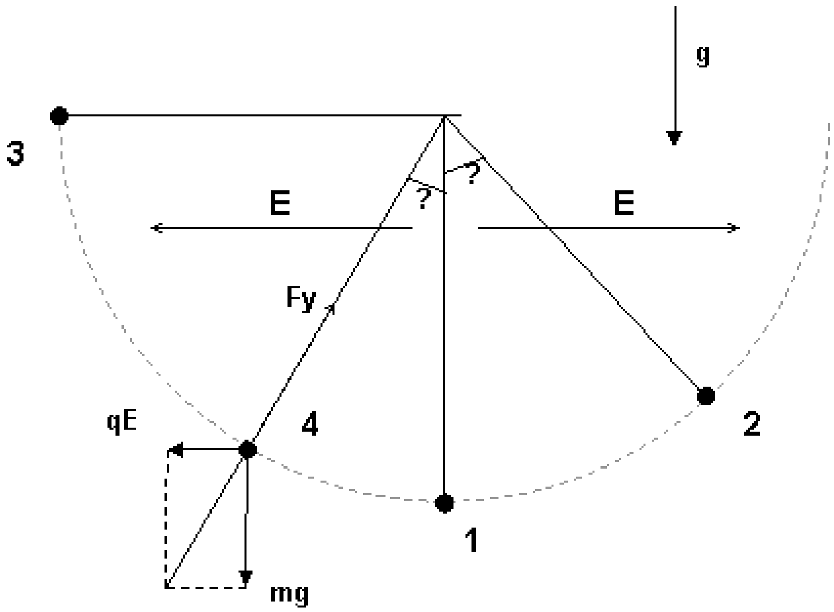
Задача №1

Из соображений размерности для вершины маленького куба (длина ребра которого вдвое меньше, чем у исходного) потенциальная энергия тела в поле тяготения $E_{1м} = E_A/4$. Положение точки B относительно малых кубиков «второго ряда» аналогично положению точки C относительно большого куба. Следовательно, $E_B = 4E_{1м} + 4 \cdot E_C/4 = E_A + E_C$. Т.е. $v_C = \sqrt{v_2^2 - v_1^2}$.

Задача №2



В равновесии (положение 4): $tg\varphi = \dfrac{q \cdot E}{mg} = K$

Закон сохранения энергии (из положения 1 в положение 2):

$$qEL \sin\alpha = mgL\,(1 - \cos\alpha)$$

$$K = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha} = tg\frac{\alpha}{2}$$

Закон сохранения энергии (из положения 1 в положение 3):

$$qEL\,(2 \sin\alpha+1) = mgL$$

$$K\,(2 \sin\alpha+1) = 1$$

Но $$\sin\alpha = \frac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1+tg^2\frac{\alpha}{2}} = \frac{2K}{1+K^2}$$

Тогда: $$K\cdot\left(\frac{4K}{1+K^2}+1\right)=1 \Rightarrow K^3+3K^2+K-1=0$$

Один корень уравнения является очевидным К = -1

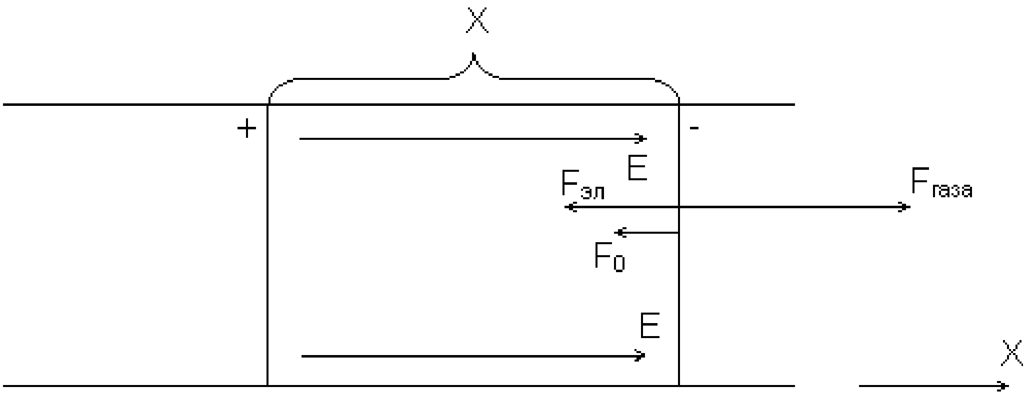
Тогда: $$(K+1)\cdot(K^2+2K-1)=(K+1)\cdot(K-(\sqrt{2}-1))\cdot(K-(-\sqrt{2}-1))=0$$

Единственным физически приемлемым корнем этого уравнения будет:

$$K=\sqrt{2}-1=tg\varphi$$

То есть $\varphi = 22.5°$

Задача №3



Рассмотрим проекцию равнодействующих всех сил, действующих, например, на правый поршень:

$$\sum F_x = F_{газ} - F_0 - F_{эл}$$

Сила давления газа: $$F_{газ} = p\cdot s = \frac{\nu RT}{x}$$

Сила давления наружного воздуха: $F_0 = p_0\cdot s$

Сила электрического взаимодействия пластин:

$$F_0 = q_-\cdot E_+ = q\frac{E}{2} = C\cdot U\cdot\frac{U}{2x} = \frac{\varepsilon_0 SU^2}{2x}$$ Считаем поле однородным так как по условию:

$$\frac{\nu RT}{p_0 S} \ll \sqrt{S}$$

Таким образом $\sum F_x = \frac{\nu RT}{x} - p_0 s - \frac{\varepsilon_0 S U^2}{2x^2}$

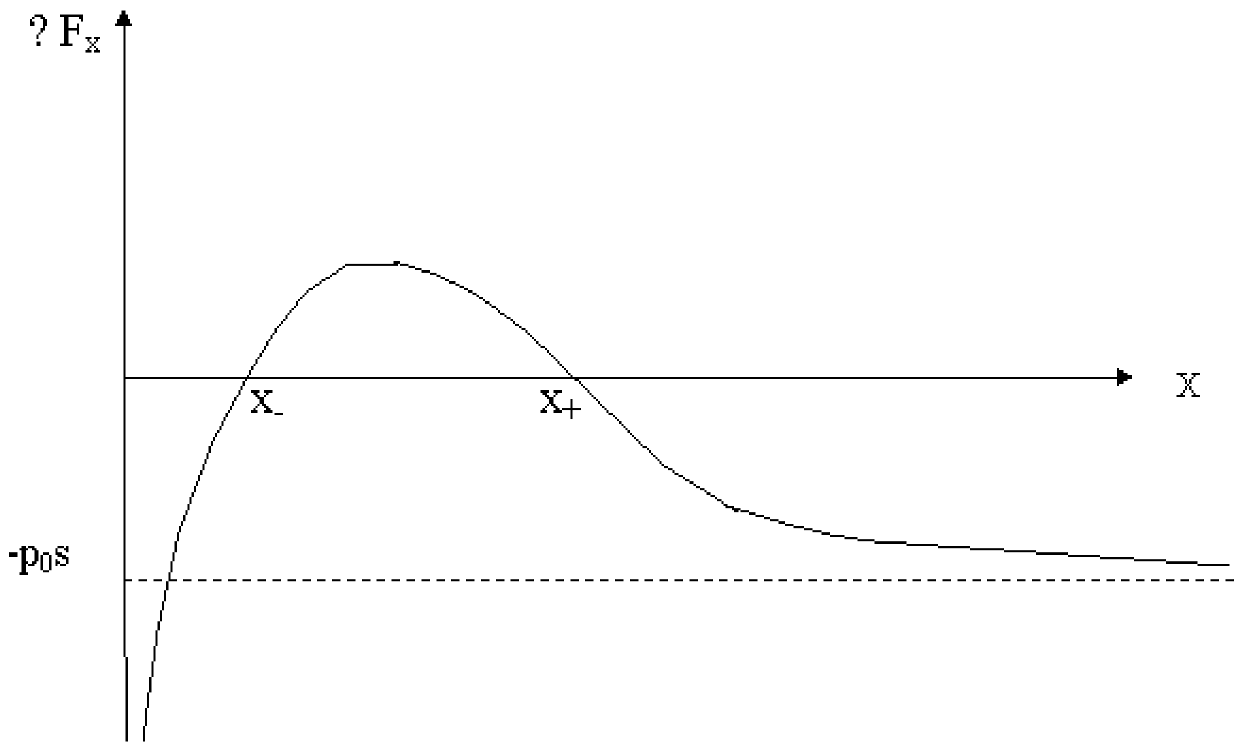
В равновесии $\sum F_x = 0$ тогда

$$x^2 - \frac{\nu RT}{p_0 S}x + \frac{\varepsilon_0 U^2}{2p_0} = 0$$

$$x = \frac{\nu RT}{2p_0 S}\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{2\varepsilon_0 U^2 p_0 S^2}{\nu^2 R^2 T^2}}\right)$$

Очевидно, что оба корня положительны и соответствуют двум положениям равновесия системы при одной и той же температуре.

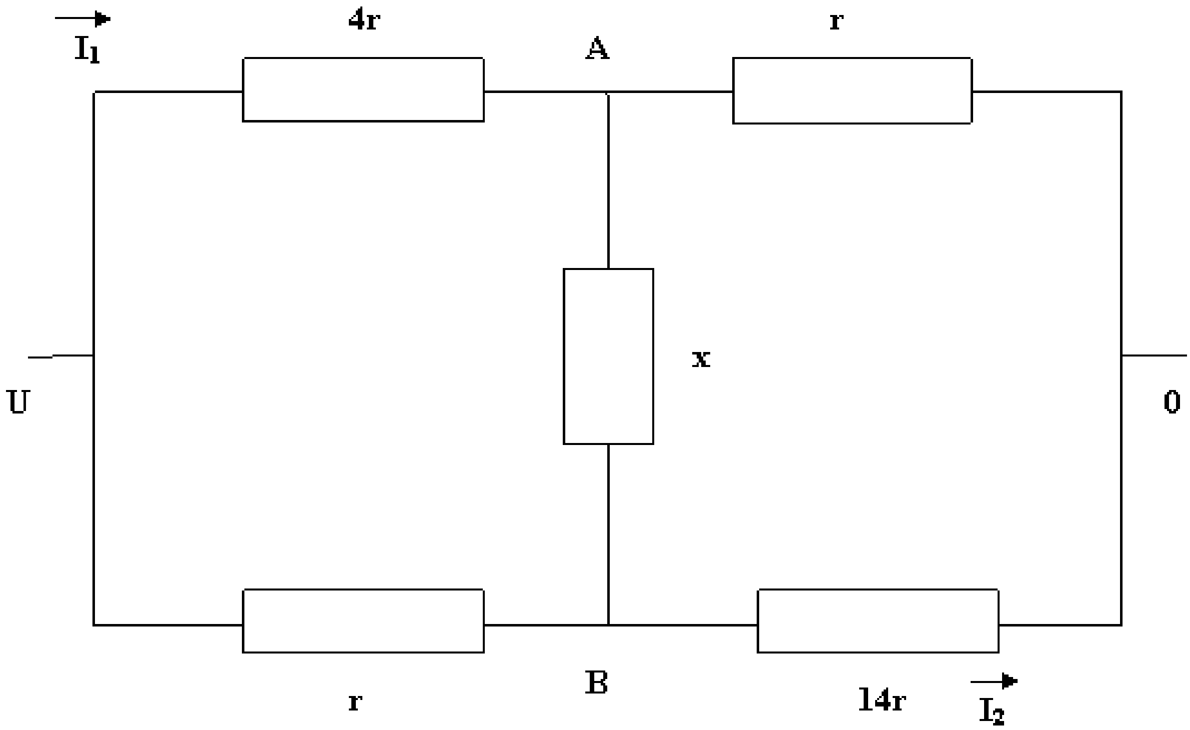
Исследования их на устойчивость любым способом показывает, что устойчивым будет больший корень.



Действительно, при малом смещении относительно положения X $_-$, равнодействующая будет и дальше уводить систему от этого положения или в устойчивое положение равновесия X $_+$ или приводить к слипанию пластин, а при малых отклонениях относительно X $_+$ равнодействующая будет возвращать систему назад.

Таким образом, искомая зависимость X (T) будет иметь вид

$$x = \frac{\nu RT}{2p_0 S}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{2\varepsilon_0 U^2 p_0 S^2}{\nu^2 R^2 T^2}}\right)$$



Задача №4

На рисунке показана схема цепи. Здесь r – сопротивление отрезка провода длиной 20 см. Если потенциалы «крайних» точек цепи U и 0, то потенциалы точек A и B равны $j_A = U - 4rI_1$, $j_B = 14rI_2$. Силы тока через резисторы r равны $\frac{U-\varphi_B}{r}$ и $\frac{\varphi_A}{r}$.

Полная сила тока: $I_1 + \frac{U - I_2 \cdot 14r}{r} = I_2 + \frac{U - I_1 \cdot 4r}{r}$. Отсюда $I_1=3I_2$. Это соотношение выполняется независимо от значения сопротивления x. Сила тока в «перемычке» $I_x = \frac{\varphi_B - \varphi_A}{x} = \frac{-U + 12I_2 r + 14I_2 r}{x} = \frac{-U + 26I_2 r}{x}$. Тогда сила тока в «верхнем» резисторе r равна $I_1 + I_x = 3I_2 + \frac{U - 26I_2 r}{x}$. Суммарное напряжение на двух «верхних» резисторах равно U, откуда находим $I_x = \frac{\frac{11}{15}U}{x + \frac{26}{15}r}$. Из этого соотношения видно, что эквивалентным является подключение резистора x к источнику тока с внутренним сопротивлением $\frac{26r}{15}$. Максимальная мощность соответствует согласованной нагрузке: $x = \frac{26r}{15}$, то есть длина провода-соединителя $\frac{26}{15} \cdot 20\ см = 34{,}7\ см$.